

# Esercizi

## ESAME DI ELEMENTI DI LOGICA E STRUTTURE DISCRETE

Corso di Laurea in Informatica

Prova parziale del 29.10.2024 – primo turno

Nome: \_\_\_\_\_  
Cognome: \_\_\_\_\_  
Matricola: \_\_\_\_\_

**Esercizio 1. (8 punti)** Sia  $R$  la relazione su  $\mathbb{N}$  così definita:

$$\forall x, y \in \mathbb{N} : R(x, y) \Leftrightarrow x \bmod 10 = y \bmod 10$$

dove  $\cdot \bmod 10$  è l'operazione che restituisce il *resto* della divisione per 10.  
Ad esempio,  $2024 \bmod 10 = 4$ .

- $R$  su  $\mathbb{N}$  è una relazione di equivalenza?
- Se sì, quante classi di equivalenza si ottengono partizionando  $\mathbb{N}$  con  $R$ ?

(*Suggerimento*: si ricorda che per  $n < 10$  si ha  $n \bmod 10 = n$ .)

---

**Esercizio 2. (10 punti)** Si consideri l'insieme  $D = \{3, 13, 15, 27, 52, 60\}$ , a cui si applica la relazione  $R$  così definita:

$$\forall x, y \in D : R(x, y) \Leftrightarrow x|y$$

si ricorda che  $x|y$  si legge “ $x$  divide  $y$ ”, ovvero  $\exists m \in \mathbb{Z} : y = mx$ .

- $R$  su  $D$  è una relazione di ordine? Se sì, è parziale o totale?
- $R$  su  $D$  ha elementi minimi e massimi? Se sì, quali?

(*Suggerimento*: rappresentare graficamente la relazione  $R$  sull'insieme  $D$ .)

---

**Esercizio 3. (9 punti)** Calcolare il valore della seguente somma:

$$\sum_{i=1}^n (8i^3 + 2)$$

Poi dimostrarlo per induzione.